3ª Prova de Variáveis Complexas

Matemática - 4º ano - 12/08/2025

Nome: _____

Resolva 5 das 6 questões abaixo, e escreva o número da questão que você não resolveu: _____

Se não marcar nenhuma questão, todas as questões serão corrigidas e terão peso $\frac{100}{6} \approx 16,67$.

1. Usando as definições das funções elementares, calcule os números complexos

i) $e^{\pi i}$;

iii) $\operatorname{sen}(i)$;

ii) $\cos(\pi)$;

iv) $\ln(i)$.

2. Mostre que $e^{z+w} = e^z e^w$ para quaisquer $z, w \in \mathbb{C}$.

3. Determine todas as soluções complexas da equação $\operatorname{sen} z = 0$.

4. Mostre que a função

$$\begin{aligned} f : \mathbb{C} &\rightarrow \mathbb{C} \\ z &\mapsto f(z) = \cos z \end{aligned}$$

é derivável em todo $z \in \mathbb{C}$ e além disso, $f'(z) = -\operatorname{sen} z$.

5. Determine o valor da integral

$$\int_C z + (1 - i) dz$$

em que C é o segmento de reta orientado de $z = 0$ a $z = 1 + 2i$.

6. Use a Fórmula Integral de Cauchy para determinar o valor da integral

$$\int_C \frac{z^2}{z^2 + 4} dz$$

em que C é o círculo de centro i e raio 2, orientado no sentido anti-horário.