

2ª Prova de Números e Funções Reais

PROFMAT - 1º ano - 04/07/2025

Nome: _____

Resolva 5 das 6 questões abaixo, e escreva o número da questão que você não resolveu: _____

Se não marcar nenhuma questão, todas as questões serão corrigidas e terão peso $\frac{100}{6} \approx 16,67$.

1. Determine a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ cujo gráfico passa pelos pontos $(-1, 5)$, $(1, -1)$ e $(2, -1)$.

2. Apresente um polinômio com coeficientes racionais que possui o número $\alpha = \sqrt{-1 + \sqrt[3]{2}}$ como raiz.

3. Use indução finita para provar que

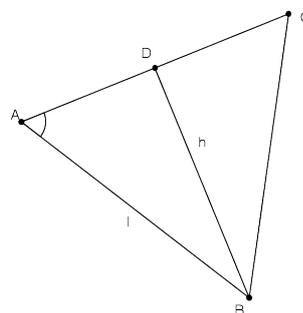
$$\log_a x^n = n \log_a x,$$

para quaisquer que sejam $n \in \mathbb{N}$ e $a, x \in (0, \infty)$ com $a \neq 1$.

4. Dado $b \in \mathbb{R}$ com $b > 1$ determine a solução da equação

$$\frac{e^x + e^{-x}}{2} = b.$$

5. Considerando um triângulo equilátero de lado l (três ângulos internos de medidas iguais a $\frac{\pi}{3}$ radianos ou 60°). Considere a divisão deste triângulo equilátero em dois triângulos pela altura h relativa a um dos lados conforme a figura. Usando um destes triângulos retângulos mostre que $\cos(\frac{\pi}{6}) = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e que $\sin(\frac{\pi}{6}) = \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$.



6. Mostre que

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2} \quad \text{e} \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}.$$

para qualquer $x \in \mathbb{R}$.