

1ª Prova de Análise Real
Matemática - 4º ano - 00/00/2023

Nome: _____

Resolva 5 das 6 questões abaixo, e escreva o número da questão que você não resolveu: _____
Se não marcar nenhuma questão, todas as questões serão corrigidas e terão peso $\frac{100}{6} \approx 16,67$.

1. Sejam A , B e C conjuntos arbitrários. Mostre as leis distributivas,

a) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$,

b) $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$.

2. Considere a função

$$f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$$
$$x \mapsto f(x) = \frac{x+1}{x-1}.$$

Mostre que f é bijetora e obtenha a expressão para a inversa f^{-1} .

3. Seja $f : X \rightarrow Y$ uma função. Mostre que $f(X) - f(A) \subset f(X - A)$, para qualquer $A \subset X$. Dê um contraexemplo para mostrar que a inclusão contrária não é válida.

4. Seja X um conjunto finito. Então

i) se existir uma função injetora $f : X \rightarrow X$, mostre que f é também sobrejetora;

ii) se existir uma função sobrejetora $g : X \rightarrow X$, mostre que g é também injetora.

5. Sejam X um conjunto não enumerável, Y um conjunto infinito enumerável e Z um conjunto finito. Classifique em verdadeiro ou falso as afirmações (justificando adequadamente):

a) $X - Y$ é não enumerável.

c) $(X \cap Y) - Z$ é finito.

b) $Z - (X \cup Y)$ é não enumerável.

d) $Y \cup Z$ é enumerável.

6. Sejam X um conjunto infinito e Y um conjunto finito. Mostre que existe uma função sobrejetiva $f : X \rightarrow Y$ e uma função injetiva $g : Y \rightarrow X$.