

9ª Lista de exercícios de Análise Real

1. Sejam  $X \subset \mathbb{R}$  um conjunto não vazio ilimitado superiormente e  $f, g : X \rightarrow \mathbb{R}$  duas funções. Se  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$  e  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = M$ , então mostre que

i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) + g(x) = L + M$ ;

ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x) = LM$ ;

iii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} cf(x) = cL$  qualquer que seja  $c \in \mathbb{R}$ ;

iv)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$  desde que  $M \neq 0$ .

2. Dê uma definição precisa para as expressões:

i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ ;

ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ ;

iii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ ;

iv)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .

3. Usando as definições estabelecidas no exercício anterior, mostre que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} ax + b = \infty$$

para quaisquer  $a, b \in \mathbb{R}$  com  $a > 0$ .