

1ª Lista de exercícios de Álgebra

1. Para quaisquer conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , mostre que valem as seguintes propriedades:

i)  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ,

ii)  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ,

iii)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ,

iv)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .

2. Dê exemplos para mostrar que não vale a lei do cancelamento para a união e a intersecção de conjuntos, isto é,

i)  $A \cup B = A \cup C \not\Rightarrow B = C$ ,

ii)  $A \cap B = A \cap C \not\Rightarrow B = C$ .

3. Mostre as leis de DeMorgan,

i)  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$ ,

ii)  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$ .

4. Mostre as leis distributivas,

i)  $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$ ,

ii)  $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$ .

5. Mostre que

i)  $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$ ,

ii)  $A \cup (B - C) \supset (A \cup B) - (A \cup C)$ ,

e dê um exemplo para mostrar que não vale a inclusão contrária em (ii).

6. Sejam  $A, B \subset X$ . Mostre que,

$$A \cup B = (A \cap B) \cup (A \cap B^C) \cup (A^C \cap B).$$

7. Se  $A \subset B \subset X$  então  $B^{C(X)} \subset A^{C(X)}$ .

8. Se  $A, B \subset X$ , então mostre que,

i)  $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$ ,

ii)  $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$ .

9. Dado  $A \subset X$ , mostre que,  $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^C)$ , para qualquer que seja  $B \subset X$ .